

Формирование представлений о геометрических зависимостях с помощью ситуационно-динамических заданий

Методика развития представлений о геометрических зависимостях и геометрической подготовке в целом строится на основе целостно-интегративного подхода, в единстве содержательного и процессуального аспектов. Это означает, что деятельности учащегося в такой методике обучения придается приоритетное значение, она соотносится с содержанием учебного материала. Иными словами, методика обучения строится с учетом не только логики содержания, но и логики овладения этим содержанием. Основу развития представлений о геометрических зависимостях составляет система упражнений, ориентированных на формирование у школьников умений, входящих в состав геометрической подготовки.

Предлагаемая система упражнений формирует необходимые умения, входящие в состав геометрической подготовки, через выполнение специально подобранных внешних действий с геометрическими объектами.

Методика строится по третьему типу учения (Н.Ф. Талызина, П.Я. Гальперин), поскольку используемая модель является полной схемой обобщенного способа действия, отражающей всю систему его операций и обеспечивающей ориентировку учащихся на каждую из них [6, с. 117–121].

Одним из основных требований к упражнениям, направленным на развитие представлений о геометрических зависимостях, является наличие в них дидактических функций. Они должны способствовать созданию необходимых условий для усвоения учащимися теоретического материала, выработки у них умений и навыков в соответствии с требованиями учебной

программы. При этом важно, чтобы они выполняли и другие функции: познавательную, развивающую и воспитательную.

Содержательные особенности геометрической ситуации вскрываются и познаются благодаря динамическому изменению параметров, свойственных этой ситуации, то есть заданиями ситуационно-динамического плана. Познаваемые при этом зависимости позволяют учащимся глубже проникать в сущность изучаемого материала, яснее понимать геометрические методы познания.

Для обнаружения и визуализации взаимосвязей элементов геометрических фигур, определяющих те или иные их свойства и формирующие соответствующие представления, можно использовать различные методические средства. Переход геометрической фигуры из одного положения в другое есть динамическое событие. Каждое такое событие делится на более мелкие, не всегда ярко выраженные, но оказывающие влияние на проводимые преобразования. Совокупность динамических событий, позволяющая проследить за характерными изменениями геометрических фигур и элементов, представляет собой целостную динамическую картину.

Придав динамику свойствам геометрических объектов, становится возможным изменять их форму, размеры, месторасположение, количество составляющих фигуру элементов, а также преобразовывать одни геометрические фигуры в другие. Благодаря движению элементов фигуры геометрические зависимости становятся визуально ощутимыми. Учащиеся получают возможность непосредственно наблюдать, фиксировать и оценивать изменения, происходящие в одном из элементов геометрической фигуры, при изменении других ее элементов.

При отборе средств, позволяющих познавать геометрические зависимости, присущие математическому содержанию, прежде всего, целесообразно проанализировать все возможные изменения геометрических фигур, характеризующиеся динамическими процессами.

Простейшая геометрическая фигура – точка, как известно, не обладает формой и поэтому не является самостоятельным объектом изучения. Однако точка является элементом любой другой геометрической фигуры. В частности, из множества точек на плоскости или в пространстве образуются прямые и отрезки. Через любую точку плоскости можно провести сколько угодно прямых, которым она будет принадлежать.

Единственным изменением, которое можно осуществлять в динамике с этим объектом, является перемещение в каком-либо направлении (по прямой, по окружности, по контуру многоугольника, по спирали – на плоскости или в пространстве). Меняется место расположения точки на прямой, плоскости или в пространстве. Это изменение характеризуется, как правило, двумя основными параметрами – расстоянием и направлением (углом). Вскрывающаяся при этих изменениях зависимость скорее физическая, нежели геометрическая.

Другой важной геометрической фигурой является отрезок. Отрезок имеет начало и конец, характеризуется длиной. Изменения динамического характера, связанные с отрезком, касаются увеличения или уменьшения его длины посредством перемещения одного или обоих концов этого отрезка. При этом вскрывается зависимость длины отрезка от расположения его концов.

Важными объектами изучения геометрии является линия. Она, в отличие от отрезка, не имеет ни начала, ни конца. Говорить о ее длине не имеет смысла. То же самое присуще и такой геометрической фигуре, как луч.

Два луча с общей вершиной образуют угол. Угол характеризуется величиной – градусной мерой. В зависимости от градусной меры угла различают углы: острые, тупые, прямые, развернутые. Динамическое изменение величины угла вскрывает зависимость ее от расположения лучей, образующих этот угол. Эта зависимость должна стать предметом усвоения учащимися.

К плоским фигурам, являющимся объектами изучения, относятся многоугольники: прямоугольник, квадрат, треугольник. Эти геометрические фигуры характеризуются формой, размерами и особенностями расположения элементов. Например, по форме различают треугольники: равнобедренные, равносторонние, разносторонние, остроугольные, прямоугольные, тупоугольные. Форма треугольника определяется расположением его вершин. Изменение места расположения вершин может вскрывать преобразования треугольника одного вида в другие.

Многоугольники характеризуются также периметром и площадью. Они также определяются расположением вершин и при изменении их места расположения и периметр, и площадь треугольника изменяются. В отдельных случаях эти изменения носят динамический характер, выявляют объективно существующие геометрические зависимости, а потому должны стать предметом усвоения учащимися: изменения периметра и площади прямоугольника от изменения длин его сторон; изменения площади (периметра) треугольника от изменения длины основания, высоты треугольника; изменения расположения высоты треугольника в зависимости от величины угла, из которого она опущена; изменения длины стороны треугольника в зависимости от изменения величины противолежащего ей угла.

Другими важными плоскими фигурами, изучаемыми в курсе геометрии, являются окружность и круг. Форма этих фигур неизменна, а размеры могут варьироваться. Длина окружности и площадь круга изменяются в зависимости от длины радиуса. Изменяется и длина хорды, в зависимости от расстояния до центра. Эти зависимости также должны быть понятны учащимся.

В содержании курса также присутствуют и геометрические фигуры, относящиеся к телам, такие как прямоугольный параллелепипед (куб), цилиндр, конус, шар. Названным фигу-

рам свойственны изменения по форме, размерам и расположению их элементов. Эти изменения вскрывают зависимости: формы от размеров образующих их элементов (длины, ширины и высоты прямоугольного параллелепипеда; радиуса основания и высоты цилиндра и конуса, радиуса шара). Описанные выше изменения динамического характера, производимые с геометрическими фигурами курса геометрии, и вскрываемые ими геометрические зависимости, способствующие развитию представлений о геометрических зависимостях, представлены в таблице.

Таблица

Динамические изменения геометрических фигур и геометрические зависимости

Геометрические фигуры (элементы)	Характер изменения геометрической ситуации	Содержание геометрической зависимости
угол	изменение расположения сторон	увеличение (уменьшение) величины угла, зависимость величины одного смежного угла от величины другого смежного угла
многo-угольники	изменение расположения вершин	при увеличении (уменьшении) угла треугольника происходит увеличение (уменьшение) противолежащей стороны; изменения периметра и площади прямоугольника от изменения длин его сторон; с увеличением (уменьшением) высоты или основания треугольника увеличивается (уменьшается) его площадь;

Геометрические фигуры (элементы)	Характер изменения геометрической ситуации	Содержание геометрической зависимости
ф и г у р ы вращения	изменение размеров образующих элементов	длина хорды уменьшается (увеличивается) с увеличением (уменьшением) ее расстояния от центра окружности; длина окружности и площадь круга увеличиваются (уменьшаются) с увеличением (уменьшением) радиуса; объем цилиндра, конуса, шара увеличивается (уменьшается) при увеличении радиуса, высоты
точка	перемещение по прямой на плоскости и в пространстве	(описываемая траектория)
отрезок	перемещение концов	увеличение (уменьшение) длины

При использовании заданий ситуационно-динамического плана необходимо различать исходную, промежуточную, конечную ситуации, особые и предельные положения.

Дидактическая ценность обнаружения геометрических закономерностей определяется уровнем эвристичности учебно-познавательной деятельности, осуществляемой учащимися.

Эвристическую деятельность следует рассматривать как такую разновидность человеческого мышления, которая создает новую систему действий или открывает неизвестные ранее закономерности окружающих человека объектов (или объектов изучаемой науки) [10, с. 88].

Попытки проникнуть в сущность эвристической деятельности, раскрыть ее механизм, закономерности предпринимали

и предпринимают многие исследователи в различных отраслях науки.

В эвристике как развивающейся науке не все понятия достаточно четко определены. Это, прежде всего, относится к понятию «эвристический метод». Многие исследователи понимают под ним определенный эффективный, но недостаточно надежный способ решения задач [11, с. 15–22]. Он позволяет ограничивать перебор вариантов решения, то есть сокращать число вариантов, анализируемых перед тем, как выбрать окончательное решение. Понятно, что это определение понятия эвристического метода не может быть признано удовлетворительным, так как в нем представлена лишь внешняя характеристика явления, но не раскрыты существенные его черты.

Чтобы раскрыть существо этого понятия, необходимо иметь в виду, что сам термин «эвристический» применим к явлениям двоякого рода.

Во-первых, можно рассмотреть как эвристическую такую деятельность человека, которая приводит к решению сложной, нестандартной задачи.

Во-вторых, эвристическими можно считать и специфические приемы, которые человек сформировал у себя в ходе решения одних задач и более или менее сознательно переносит на решение других задач.

Эвристические приемы как готовые схемы действия составляют объект эвристической логики, а реальный процесс эвристической деятельности – объект психологии. Но если эвристические приемы могут быть представлены в виде определенной логической схемы, то есть могут быть описаны математическим языком, то эвристическая деятельность на современном этапе развития науки не имеет своего математического выражения.

Начало применения эвристического метода как метода обучения математике можно найти еще в книге известного французского педагога-математика Лезана «Развитие матема-

тической инициативы». Его основной принцип преподавания математики заключается в следующем:

- сохранять видимость игры, уважать свободу ребенка, поддерживая иллюзию (если есть таковая) его собственного открытия истины;

- избегать в первоначальном воспитании ребенка опасного искуса злоупотреблением упражнениями памяти, так как это убивает его врожденные качества;

- обучать, опираясь на интерес к изучаемому.

Эвристический метод обучения рассматривался в русской школе с начала XIX в. Многие русские педагоги-математики того времени не раз пересматривали традиционные методы обучения, представлявшиеся им устаревшими, не отвечающими основным задачам математического образования.

На необходимость пересмотра традиционной программы обучения в русской школе указывал, в частности, известный педагог-математик С.И. Шохор-Троцкий. В книге «Геометрия на задачах» он писал, что нельзя излагать учащимся данный раздел математики в совершенно готовом виде. Поступать так – значит идти вразрез с основными принципами обучения и воспитания. В частности, он указывал, что «занятия геометрией могут быть для ученика занимательными только тогда, когда они требуют от него посильного и планомерного труда... требуют умственной работы, а не заучивания слов на память».

Большое значение эвристическому методу обучения в школе придавал другой русский педагог-математик Н.А. Извольский. В книге «Комбинационная работа» он писал, что «главной задачей обучения является развитие творческих способностей».

Известный отечественный методист-математик В.М. Брадис определяет эвристический метод следующим образом: «Эвристическим называется такой метод обучения, когда руководитель не сообщает учащимся готовых, подлежащих усвоению сведений, а подводит учащихся к самостоятельному

переоткрытию соответствующих предложений и правил» [3, с. 65].

Но суть этих определений одна – самостоятельный, планируемый лишь в общих чертах поиск решения поставленной проблемы.

Цель эвристики – исследовать правила и методы, ведущие к открытиям и изобретениям [9]. Интересно, что основным методом, с помощью которого можно изучить структуру творческого мыслительного процесса, является исследование личного опыта в решении задач и наблюдение за тем, как решают задачи другие. Существуют некоторые правила, следуя которым можно прийти к открытиям, не анализируя той психической деятельности, в отношении которой предлагаются эти правила. Первое из них гласит о том, что надо иметь способности, а наряду с ними и удачу, а второе – стойко держаться и не отступить, пока не появится счастливая идея.

Схема решения задачи, предложенная Д. Пойа, подчеркивает, главным образом, один принцип эвристической деятельности: использование в том или ином виде прошлого опыта [8]. Но этот принцип не может считаться единственным в структуре творческой компоненты продуктивного мышления.

Эвристические приемы характеризуются автором как некоторые не вполне точные способы решения задач, с помощью которых можно прийти, а можно и не прийти к нужному результату [4].

У Брунера понятие «эвристический» служит для характеристики лишь приемов, помогающих решать задачу, как и у Пойа. Ученый не исследует эвристическую деятельность человека как процесс, приводящий к формированию приемов или схемы действий. Между тем обучение деятельности – это значительно более сложная и вместе с тем гораздо более важная проблема, чем обучение готовым, сложившимся приемам решения задач.

Итак, одним из основных методов, который позволяет учащимся проявить творческую активность в процессе обучения математике, является эвристический метод. Грубо говоря, этот метод состоит в том, что учитель ставит перед классом некоторую учебную проблему, а затем путем последовательно поставленных заданий «наводит» учащихся на самостоятельное обнаружение того или иного математического факта. Учащиеся постепенно, шаг за шагом, преодолевают трудности в решении поставленной проблемы и «открывают» сами ее решение.

Важно учитывать также, что в процессе изучения математики многие школьники сталкиваются с серьезными трудностями в понимании математического содержания. Однако в обучении, построенном на эвристических началах, эти трудности часто становятся своеобразным стимулом для учебного познания. Так, например, если у школьников обнаруживается недостаточный запас знаний для решения какой-либо задачи или доказательства теоремы, то они сами стремятся восполнить этот пробел, самостоятельно «открывая» то или иное свойство и тем самым сразу обнаруживая полезность его изучения. В этом случае роль учителя сводится к тому, чтобы организовать и направить работу ученика, чтобы трудности, которые ученик преодолевает, были ему по силам.

Опыт многих учителей, широко применяющих эвристический метод, показал, что он влияет на отношение учащихся к учебной деятельности. Наиболее значимыми моментами их учебной деятельности на уроке и в домашних условиях становятся самостоятельные «открытия» того или иного способа решения задачи. Явно возрастает интерес учащихся к тем видам работ, в которых находят применение эвристические методы и приемы.

Как известно, применение эвристического метода в процессе обучения требует значительно большего учебного времени, чем на изучение этого же вопроса методом сообщения учителем готового знания (доказательства, результата). Поэтому

учитель не может использовать эвристический метод обучения на каждом уроке.

Результаты психолого-педагогических исследований говорят о том, что знания, которыми учащиеся овладевают полностью и которые выступают в роли активного средства для последующего продвижения в обучении, приобретаются лучше всего не с помощью даже совершенного изложения их учителем или в учебнике, а в личном исследовании учащегося, в процессе которого он может свободно развивать собственную творческую активность. Большое значение имеют также индивидуальные различия учащихся, проявляющиеся в темпах усвоения знаний.

Список литературы

1. *Андреев В.И.* Эвристика для творческого саморазвития. Учебное пособие / В.И. Андреев. Казань, 1994.
2. *Андреев В.И.* Педагогика. Учебный курс для творческого саморазвития / В.И. Андреев. 2-е изд. Казань: Центр инновационных технологий, 2000.
3. *Брадис В.М.* Методика преподавания математики в средней школе. М., 1954.
4. *Бруннер Д.* Процесс обучения / Д. Бруннер. М.: Педагогика, 1962.
5. Всемирная энциклопедия: Философия / Главн. науч. ред. и сост. А.А. Грицанов. М.: АСТ, Мн.: Харвест, Современный литератор, 2001.
6. *Гальперин П.Я.* Введение в психологию: Учебное пособие для вузов. М.: «Книжный дом “Университет”», 1999.
7. *Далингер В.А.* Методика обучения учащихся стереометрии посредством решения задач: учебное пособие / В.А. Далингер. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2001. ил. 249, таб. 21.

8. *Пойа Д.* Математика и правдоподобные рассуждения / Пер. с англ. И.А. Вайнштейн / Под ред. С.Я. Яновской / Д. Пойа. 2 изд. испр. М.: Наука, 1975.

9. *Пойа Д.* Умственная работа / Д. Пойа // Хрестоматия по общей психологии. Психология мышления / Под ред. Ю.Б. Гиппенрейтер, В.В. Петухова. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1981.

10. *Пушкин В.Н.* Эвристика – наука о творческом мышлении / В.Н. Пушкин. М.: Политиздат, 1967.

11. *Хуторский А.В.* Эвристический тип образования: результаты научно-практического исследования / А.В. Хуторский // Педагогика. 1999. № 7.

12. *Хуторский А.В.* Эвристическое обучение: Теория, методология, практика. М.: Международная педагогическая академия, 1998.